学科 小学数学

**建构数学模型 ，凸显教学本质**

——《乘法分配律》课例研究

**一、研究背景**

《乘法分配律》是小学数学计算教学中的教学难点之一，在几个运算定律中学生最不容易掌握、思维难度最高的一条。在实际教学中，教师往往注重运算的技巧和规律的表象特征，而忽略学生模型的建构和对规律理解。这样的教学过程使得学生很容易把乘法分配率与其它规律混淆，产生类似于a×（b+c）=a×b+c，a×（b×c）= a×b+a ×c这样的错误。在教学中，只有学生经历探索研究的过程，在头脑中建立数学模型，真正理解算理，再通过变式适当建构，才能真正的理解和掌握。本文笔者通过《乘法分配律》两次教学片断的对比和改进，来阐述如何改进定律教学。

**二、研究过程**

【课前思考】

1.比较各版本教材编排

认真研读了多个版本的教材，发现人教版重点是从数入手，北师大版有数有图（图中有行有列为贴瓷砖），沪教版有数有图（图为整体的长方形），三种版本的创设各有不同，非常好奇也就有过思考。

2.研究教材

本课是以探究乘法分配律为主要导向，是在学生已经学习掌握了乘法交换律、结合律，并能初步应用这些定律进行一些简便计算的基础上进行学习的。本节课通过对生活中的情境引入、到归纳模型、再练习强化、最后用图形拓展延伸。因此本节课不仅使学生学会什么是乘法分配律，更要让学生经历探索规律的过程，进而培养学生的分析、推理、抽象、概括的思维能力。

**【教学片断】**

**1.初次实践：当头一棒**

带着种种担忧，我进行了第一次教学尝试，教学过程简单记录如下：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **课的基本环节** | **主要活动** | **设计意图及效果** |
| **（一）情境导入** | 一、结合情境，初步感知乘法分配律。  学校购买校服，每件衣服35元，每条裤子25元。买这样6套校服一共多少钱？  （1）师：请同学们仔细读题，想一想怎么解答这个问题？  （2）学生独立列示解答。  （3）交流解题方法，引导学生说说你是怎么想的？  解法1:35×6+25×6 解法2：（35+25）×6  生1：我先用35×6算出上衣总共多少钱，再用25×6算出裤子总共多少钱，再相加。  生2：我是这样算的，我先算出一套衣服多少钱，再去乘以6，算出6套得到总共多少钱。  师小结：等式左边我们先算了1套衣服的价钱，再乘以6，算了6套衣服的价钱；等式右边，我们先算了6件衣服的价钱和6条裤子的价钱，再相加，但也是6套衣服的价钱，所以左右两边是相等的。  师：同学们用不同的方法解决了同一个问题，得到的答案也是相同的。那我们就可以用等号把两个算式连接起来。（35+25）×6=35×6+25×6。观察这个等式，你有什么发现？（4人小组进行讨论）  生：两个数加起来和一个数相乘，等于这两个数分别和这个数相乘，再加起来。 | 我在上课伊始，就设计了生活情境买校服，让学生感觉生活中处处有数学。  接着，以圈图的方式初步建立乘法分配率的模型 |
| （二）**建构模型** | 师：其实生活中这样的例子很多，你能不能再想出一些，用这样的两种方法来解决？  学生反馈  师：同学们观察一下这些例子里等式的数据，你们发现了什么特点共同点？  生：买的数量都是一样的，所以可以分开算，也可以整套算。  师：也就是这些等式左右两边都有一个相同的因数。老师这里也有一幅图，你能帮老师求出总共有多少个小正方形吗？    师：其实这就是我们今天所要学习的乘法分配律。请同学们打开书本我们一起来看看书中是怎么描述这个定律的。  …… | 在验证环节，例举生活中的例子，再通过与图结合来进一步促进头脑中数学模型的建立，最后通过算正方形的个数，归纳出字母公式。整个过程，学生通过“联系实际、感知模型、类比归纳、验证模型、归纳概括、得出 公式“的探索过程逐步丰富了对”乘法分配律“的认识。 |
| **（三）课堂练习** | 1.填一填  （12+200）×3= ×3+ ×3  25×（40+2）= ×40+ ×2  （100+2）×3 = × ○ ×  48×25－8×25=（ ○ ）×  99×9+99=（ ○ ）×  2.火眼金睛，判对错。  56×（19＋28）=56×19＋28 （ ）  64×64＋36×64=（64＋36）×64 （ ）  32×（3×7）=32×7＋32×3 （ ）  102×64－2×64=（100＋2）×64 （ ） | 课堂练习是教学中必不可少的内容，习题的价值是巩固所学的知识， 发展学生的思维，激发起他们进一步学习的兴趣，并形成一定的技能。 |
| **（四）课堂小结** | 师：学了乘法分配律，你有什么收获？ |  |

第一次尝试就这样结束了。总的来说整堂课环节比较清晰，但是不够出彩,教师引导的多，学生的积极性没有很好的被调动起来。让我特别纠结的是学生对乘法分配律模型的建构和对规律并不是很理解，学生不会说，即使说，也是答非所问。很困惑，很迷茫，不知道怎么改进，才能让学生真正理解，于是我和学校其他老师进行了讨论。

**2.同事点悟：拨云见日**

我把我的设计演绎了一遍，同事听了后先翻看了教材和教参，并向我提出了几个问题：

（1）直接的生活情境导入，是否真正激发了学生的学习兴趣？

（2）在整个建立数学模型的过程中，基本上是教师牵着孩子学习，是否可以放手让孩子用自己方式去总结，从而真正建立乘法分配律的数学模型？

一句句犀利的话语，让我真有种透不过气来的感觉，于是我重新解读了一遍教材。回来后，每天伏案在桌前，看着课本和教参，想着学生，渐渐的，我对建立乘法分配律的数学模型有了更深的理解，并做了修改。

**3.再次实践：初尝战果**

于是对两个地方进行了大刀阔斧的修改，以起到削枝强干的作用。

**修改之一：**

由原先“情境导入”改为课始，首先呈现三组算式，让学生从算式的结构上初步发现先求和再相乘与先分别乘再求和是相等的，进而产生刨根问底的动力。在三组算式结束后，再出示买校服的情境，教学过程简述如下：

【片段一】**设疑激趣，初步猜测**

出示下面的算式，让学生口算。

（2+8）×5 2×5+8×5

（2+10）×3 2×3+10×3

（9+11）×4 9×4+11×4

师：观察上面的三组算式，你能发现什么？

生 1 ：左边的三道算式都是先求和，再相乘；右边的三道算式都是先求两个乘积，再求和。

生 2 ：我发现第一组的两道算式相等，因为左边表示10个5，右边表示2个5加8个5，也是10个5。

生 3 ：后面两组算式也是，第二组算式是12个3等于2个3加10个3；第三组算式是20个4等于9个4加11个4。

设疑：真厉害！很快发现了三组算式的共同特点。猜一猜,这里面有什么

秘密吗？

生：每组的两道算式相等，但算式不一样。

师：两道算式相等，可以用什么符号连接？

生：（齐）等号。

师：（在三组算式中添上等号）还能发现什么？

生：每组左边的算式都是两个数的和与一个数相乘，右边的算式都是两个数分别与一个数相乘，再相加。

师：（设疑）为什么上面算式不同而结果相等呢？结果相等的两个算式有什么联系？今天这节课，我们一起研究这其中的规律。

**【设计意图】**课始，首先出示三组算式，让学生产生刨根问底的动力。接着启发学生根据乘法意义思考，从算理入手，发现这样的现象不是偶然存在的，其中可能隐含着一定的规律。最后，让学生在似懂非懂中“猜一猜,这里面有什么秘密吗”，进而产生揭示“秘密”的愿望，激发进一步探索和研究的兴趣。

**修改之二：**

在学生初步感知乘法分配律以后，放手让孩子用自己方式去总结、建立乘法分配律的数学模型，教学过程简述如下：

**【片段二】尝试归纳，主动建模**

师：刚才我们结合实际问题，通过举例，一共写了6组算式。请大家比较这些算式，看它们有什么共同的特点？先自己想一想，再与同学说说你的想法。

学生进行观察与比较，教师巡视，然后组织交流。

生 1 ：我发现这些式子中，左边的算式都是用两个数相加的和乘一个数。

板书：两个数相加的和乘一个数。

生 2 ：右边的算式是用两个数先和一个数相乘，再把两个积相加。板书：两个加数分别与一个数相乘，再把积相加。

生 3 ：我发现两个数相加的和乘一个数，等于用两个数分别与这个数相乘，再相加。

师：听懂他说的了吗？（听懂了）你能用自己的话也说一说吗？先自己说一说，再在同桌间相互说一说。学生在同桌间活动，教师巡视，然后指名说一说。

师：刚才我们发现的规律，可以表述

为 — —出示：两个数的和同一个数相乘，可以把两个加数分别同这个数相乘，再把两个积相加，结果不变。

师：这就是我们今天学习的乘法分配律（板书课题）。请大家再自己读一读。……

**【设计意图】**通过对几组算式的再次观察与思考，引导学生逐步归纳出乘法分配律，并尝试用自己的语言表达自己的数学理解。在此基础上呈现规范的数学结论。这样安排，既为学生提供了自主归纳与描述规律的机会，又使学生感受到数学语言的严谨性与简洁性。

师：刚才我们通过自主的活动发现了乘法分配律。想一想，能用更简洁的方式表示出乘法分配律吗？

让学生尝试用自己的方式表示，然后组织反馈，师生共同讲评。

师：同学们的想法都有一定的价值，而且这些不同的表示方法都准确地表达了乘法分配律的内容。通常情况下，人们习惯用含有字母的式子来表示数学规律。比如，用字母a、b、c分别表示三个数，那么，乘法分配律可以怎么表示呢？

生：（a+b）×c=a×c+b×c （师板书）。

师：我们已经发现了乘法分配律，并用字母表示了发现的规律。如果让你设计一个图来表示乘法分配律，你想怎样表示呢？先想一想、画一画，再与同学交流。

学生尝试画图表示，教师巡视，然后组织展示与交流。

**【设计意图】**引导学生在用字母表示所发现规律的基础上，进一步启发他们想办法构造一个图形来表示数学规律，既为学生提供了用不同方式表征数学规律的机会，能有效促进学生的数学理解，又可以帮助学生积累一些借助几何直观描述数学问题的经验，提升数学思维与表达能力。

**回顾历程：感触良多**

回忆自己的第一次试教，虽然创设了一定的情境来激发学生学习的兴趣，但是并没有真正地激发学生的求知欲。整节课表面看似进行课堂操作、小组交流等多种学习方式让学生经历知识的发现过程和乘法分配律的建模，实质上是大部分是教师的灌输，课堂效果较低。

1.好奇心与兴趣是“线索”。

怎样让学生有学习的兴趣，能关注学习的内容？教师的引导是非常关键的。从几组简单的口算题入手，让学生在口算的基础上心里起了疑问，为什么每组算式的结果都是一样，不仅让学生对建立乘法分配律的数学模型有了初步的感知，还让学生有了寻根问底的意愿。此刻让学生抓住线索，就促使他们“顺藤摸瓜”，一步步走向学习当中，走向知识的核心。

2.建构模型，加深理解。

建构数学模型的意义不仅仅是掌握其外在的形，不仅仅是会应用，更重要的是把这种模型深深的嵌入学生的知识结构中，在实际解决同类问题时能及时的被提取出来。因此，在实际教学中，在建构了基本模型后，我们还要对模型进行适当的拓展延伸，使学生的知识得到深化、原来的模型得到生长，真正做到灵活运用，举一反三，而不是死记硬背，思维禁锢。

3.主动参与是“助力”。

当学生愿意学习，能主动参与的时候，也是学习最有效率的时候。在教学中，设计出能让学生主动参与的环节，有适合学生参与的内容，真正让学生成为学习的主人，把他们在学习中的主导作用发挥出来。有了主动参与，学生学会了仔细观察，用心思考，把乘法分配律的规律找到，自然也能用自己的理解说出乘法分配律的意义，从而真正地建立乘法分配律的数学模型。

《乘法分配律》这节课的本质目的是将生活中的情景问题抽象到数学问题，也是数学问题到数学方法策略的推理和建模，更是数学回归到生活的模型应用。就如史宁中教授常说的：让学生能用数学的眼光观察现实世界（抽象），用数学的思维分析数学世界（推理），用数学的语言表达现实和数学世界（模型）。活动经验和思维经验才是我们课堂真正所追求的。