

弗赖登塔尔数学教育思想探析

陈思曼

(滁州学院 教育科学学院,安徽 滁州 239000)

摘要:荷兰数学家弗赖登塔尔基于“经验性”和“拟经验性”的数学哲学观及建构主义教学观,提出自己的数学教育思想并付诸于实践。通过对弗赖登塔尔“数学现实”“数学化”“再创造”和“反思”四个主要教育思想的分析,认为教师在开展数学活动时,要注意结合学生“数学现实”,创设数学“真情境”;巧妙利用“数学化”,提高学生数学水平;鼓励支持“再创造”,提供探究新环境;引导帮助学生“反思”,综合提升数学能力。

关键词:弗赖登塔尔;现实数学;数学现实;再创造;数学化

中图分类号:G40

文献标识码:A

文章编号:2096-2126(2020)02-0137-04

弗赖登塔尔的数学教育思想不仅在理论上有着重大突破,而且经实践检验,具有良好的教学效果,目前已影响到许多国家。认识弗赖登塔尔的数学教育思想,对于教师更加有效地组织数学活动,提升学习者的数学学习水平有着重要的现实意义。

一、弗赖登塔尔数学教育思想的理论来源

汉斯·弗赖登塔尔(Hans Freudenthal)认为,传统数学教育的模式使得大多数学生缺少将数学知识应用于其他学科和日常生活的能力,在这种传统的数学教育模式中,教师只能采用“灌输”的方式,学生只能是被动的学习。这样做的结果是培养出来的学生不仅在数学技能上远不如计算机,而且失去了人的主动性与创造性。

在此基础上,他基于“经验性”和“拟经验性”的数学哲学观及“建构主义”的教学思想提出自己的数学教育思想。所谓数学的“经验性”,不仅是指人类的实践活动为数学的认识提供了最基本的源泉,而且就整体、过程、总和、趋势来说,应当肯定数学是思维对于客观世界量性规律性的反映^{[1]35}。弗赖登塔尔认为数学应该是现实的数学,进而形成了“数学现实”的教育思想。所谓数学的“拟经验性”,是指数学命题的真实性在很大程度上取决于它的数学意义。如果说数学

的“经验性”确认了数学与其他自然科学的共同点,那么数学的“拟经验性”就清楚地表明了数学相对于其他自然科学的特殊性^{[1]36}。基于数学的“拟经验性”的哲学思想,弗赖登塔尔形成了对于数学的独特认知,进而提出了其“数学化”的思想。建构主义教学观强调要始终坚持“以学生为主体,以教师为主导”的教学理念,认为学生既是知识、信息认知的主体也是意义的主动建构者^[2]。基于建构主义的教学观和“数学现实”“数学化”等思想,弗赖登塔尔提出学习数学的过程应该是“再创造”的过程。

二、弗赖登塔尔数学教育思想的基本内容

弗赖登塔尔基于对当时数学教育现状的了解及数学哲学等思想的认知,提出了自己独特的数学教育思想,其中主要的数学思想表现在以下四个方面。

(一)数学现实

弗赖登塔尔强调“数学现实”在数学学习中的重要价值,提出“数学的整体结构应该存在于现实之中。只有密切联系实际的数学才能充满着各种关系,学生才能将所学的数学与现实结合,并且能够应用”^[3]。

1.“数学现实”的内涵

弗赖登塔尔认为现实世界中到处都存在着数学,每个人都在生活中使用着数学,都具有属于自己的

[收稿日期]2019-11-27

[基金项目]安徽省人文社会科学研究一般项目“幼儿数学能力发展现状及其影响因素研究”(SK2017B03);教育部人文社会科学研究青年基金“新时代背景下大学文科教师科研生产力评价及影响因素分析”(19YJC880081);安徽省人文社会科学重点项目“普惠性幼儿园过程性教育质量的保障条件研究”(SK2019A0454)。

[作者简介]陈思曼(1992—)女,河南濮阳人,助教,硕士,研究方向:学前教育。

“数学现实”。他认为学生的数学现实不仅包括已掌握的知识技能,已积累的一些数学思想方法和数学活动经验,还包括学生在学习的逻辑起点的基础上在当下所得到的数学发展^[4]。同时,他认为“数学现实”是随着学习者的学习、生活等不断变化、成长的,是动态的,而不是静止不变的。

在这里需要注意的是,弗赖登塔尔所提出的“数学现实”与常说的“理论联系实际”虽然都强调数学知识与日常生活的联系,但二者有所区别。“数学现实”是人的数学认识与客观现实的结合,是客观世界与数学问题相联系并相互转化的一种能力^[5]。它既不是先学习理论,而后与实际相联系,也与“先讲述实际问题、然后运用公式解决问题”不同。

2.“数学现实”的独特性

弗赖登塔尔认为:“每个人都有自己生活、工作和思考着的特定客观世界以及反映这个客观世界的各种数学概念、运算方法、规则和有关的数学知识结构。”^[6]且“数学现实”不仅包括每个人所接触到的特定事物,也包括所处的当下世界及其所反映的数学本身。可见,“数学现实”是多样化的,不仅考虑学习者的现实生活,如对于学生而言,“数学现实”可能是玩游戏时输赢的次数、前后几次考试成绩的浮动;对于成人而言,“数学现实”可能是近期工资的涨幅、明日的降雨概率等。“数学现实”还需要关注学习者进行数学思维的方式方法及其当下所处的生活世界。

(二)数学化

弗赖登塔尔认为数学的产生与发展甚至整个数学体系的形成,其实就是不断数学化的过程,因此他认为学习数学的目的就是学习数学化。

1.“数学化”的概念

数学化并没有专门的定义,也无法考究最初是由谁在何种情境下所提出的。现在对数学化的解释是:“数学化”就是从数学的角度去认识了解世界,分析和研究具体事物和现象的一种过程。也就是说,当人们从具体的数学现象中抽象出一般规律时就是在进行数学化。

2.“数学化”的过程

弗赖登塔尔在特莱弗斯(Treffers)和哥弗里(Gofree)对数学化过程区分的基础上进行了概括,认为将生活中的真实问题转化为数学问题,完成生活问题到数学问题的转化,就是横向数学化;在此之后,将数学的世界里的的问题运用符号进行进一步抽象处理的过程,就是纵向的数学化。多数情况下,两种数学化并不是可以非常清楚、严格地区分开,在解决问题的过程中,两者是并行的,甚至是等价的。同时,弗赖登塔尔除了认为可将数学化过程划分为横向数学化和纵向数学化外,还提出可将其划分为形式化、公理化及模式化这三种过程,并认为三者是缺一不可、相互连

贯的过程。

3.“数学化”的水平

由于学生的“数学现实”及数学能力各有不同,而其数学化水平也各有差异。低理解水平上的“数学化”可以为高理解水平上的“数学化”作准备。关于“数学化”的过程,弗赖登塔尔运用了荷兰范希尔(Van Hiele)的理论,认为可分为五个水平:直观阶段、分析阶段、抽象阶段、演绎阶段和严密阶段。“数学化”的水平是与学生的“数学现实”与思维水平直接相关的,但并不要求各个年龄段的学生都必须达到严密阶段。

(三)再创造

弗赖登塔尔认为,数学教育不应采用传统的灌输的方法,应发挥学生的主动性,运用“再创造”的方式将要学习的数学知识重新创造出来。

1.“再创造”的内涵

所谓“再创造”,即让每个人在学习数学的过程中,根据自己的体验,用自己的思维方式,重新创造有关的数学知识。在学生的头脑中本没有那些需要他现在进行学习的相关数学知识,他们需要像数学家一样进行观察探究、分析总结、归纳提炼,从而在头脑中形成相关数学知识。从内容上讲,“再创造”包括数学知识的再创造、数学教学的再创造、数学学习的再创造等^[7]。

需要注意的是,“再创造”方法与“发现教学法”有所不同,它们虽然都强调学生在学习中的主动性,但是要注意两者之间的区别。这里理解的“创造”,是学习过程中的若干步骤,这些步骤的重要性在于再创造的“再”;而“创造”则既包括了内容又包含了形式,既包含了新的发现又包含了组织^[6]。“发现教学法”虽然也强调学生的主动学习,但只是更加强调教师的引导。就一般而言,“发现教学法”在操作时更像是安排好套路,设法封住其他出路,并在通向正确出口的道路上摆放引诱物,引诱学生在安排好的道路上前进,虽表面上是学生主动找到“出口”,但实际上学生的主动仍是“有限制”的,依然处于相对被动的地位。可见,“发现教学法”只能算是低水平的“再创造”活动。

2.有指导的“再创造”

弗赖登塔尔认为数学是一种活动,是一种必须要让学生也参与进来的活动。因此,“再创造”非常强调学生基于自己的数学经验、数学化水平和思维方式,把要学的数学内容像数学家创造数学一样自己创造出来,认为只有这样学生才会对所获得的数学知识有更加深刻的理解,所提升的数学能力才更加地扎实稳固。学生进行的“再创造”活动很大程度上取决于教师的指导,取决于在学生的主动创造与教师的引导之间能够取得一种恰如其分地平衡。

(四)反思

“反思”是一个看似可有可无的步骤,实则却贯穿

于数学学习过程始终,是进行“数学化”的核心和动力及“再创造”的前提。

1.反思的含义

“学而不思则罔,思而不学则殆。”反思对学习的重要性不言而喻,因而反思一直是教育研究中的重要内容,如杜威就曾提出反思使人更加明智。弗赖登塔尔同样肯定反思的重要性,并认为:“从别人那里反射自己,就像白天和黑夜,自己反射自己,也就是反省或反思。”^[8]他提出反思的内容有很多,在数学活动中,凡是跟数学内容、数学经验、数学思维、数学方法等有关的均是需要进行反思的内容。

2.反思的价值

反思可以促进学习者发现数学学习中的问题,总结学习到的数学经验,这有助于学生“数学化”的发展进程。此外,反思还可以和想象一起帮助学生进行猜想。数学猜想是数学理论形成的源头,是决定数学理论能否形成的至关重要的一步。正如弗赖登塔尔所认为,世界上本没有数学,是数学家经过对现实中的现象、问题的思考提出假设并进行验证才形成的数学理论。由此可见,反思是“再创造”的前提,没有反思,就没有“再创造”;反思在数学学习中的重要作用,是数学学习过程中必不可少的重要一环。

三、弗赖登塔尔数学教育思想的教育启示

从对弗赖登塔尔主要数学教育思想的分析可知,成功的数学教育是由无数个数学活动所组成,而每个活动都应是基于学生的“数学现实”,运用“再创造”的方式,在“反思”活动无时无刻的助力下不断完成“数学化”的过程。

(一)结合学生“数学现实”,创设数学“真情境”

在数学教育活动中,教师要特别注意“数学现实”的独特性,尽可能地了解学生当下的“数学现实”,不仅考虑其数学上的经验、知识、思想与方法,也要关注当下社会所反映的数学方法、知识结构等。在此基础上教师要选择恰当的教学方法,采用合适的方式呈现适于学生理解的切合其“数学现实”的活动内容,以此组织教学活动,从而逐步加深学生“数学现实”的深度并扩充其广度。此外,教师要注意“数学现实”与“理论联系实际”的区别,在组织数学活动时,不能够简单地学习数学公式后进行数学题的练习,而是在基于幼儿的数学水平、数学经验、当下所处的生活环境等所创设的“数学情境”中,引导学生学习数学,并注重培养学生在生活中发现数学和将所学习的数学理论运用于现实生活中去的能力。

具体而言,教师可以利用学习者生活中的“生活原型”,创设学习者能够理解的数学情境,帮助学习者在数学情境中,经历数学活动,积累数学经验,否则脱

离了学习者生活的数学教育,将成为“无源之水,无本之木”。需要注意的是,所创设的数学情境必须是一种对学习而言的“真”情境,这里的“真”可以是“真实”的情境,也可以是“逼真”的情境。

(二)巧妙利用“数学化”,提高学生教学水平

“数学化”的发展是一个螺旋上升的过程,基于学生的“数学现实”创设数学情境,在数学活动中教师提升学生的“数学化”水平,并对“数学化”进行分析,再运用于实际。虽然可以将“数学化”划分为“横向数学化”与“纵向数学化”两种,但两者并非是可以完全割裂开来的,在进行数学教育时教师必须要将两者结合起来。否则,缺少“横向数学化”,学生便缺少了将现实问题转化为数学问题的练习机会,无法将生活转化为数学,便可能会导致学生今后很难运用数学解决生活中的实际问题;缺少“纵向数学化”,则缺少了进行数学逻辑思维的机会,学生将很难形成完整的数学结构。

在数学化过程中,教师不能要求所有学生在数学活动中都经历直观阶段、分析阶段、抽象阶段、演绎阶段、严密阶段这五个阶段,并达到最高水平。教师应结合学生原有的“数学化”水平制定合理的教学目标,且不能过分强调公理化的演绎和形式化的证明;根据学生的年龄特征提出合理要求,引导学生学会用自己的数学语言组织并表达自己对于数学的现实内容及内在联系的理解与看法,而非对数学概念或公式进行死记硬背。在“数学化”过程中,教师要注意数学语言的恰当使用,并非越正规的数学语言就越适合用于引导学生进行数学思考。如果学生的数学化水平接近学生能够理解的水平,并能正确反映数学内涵的数学语言;那么就更有利于学生对数学内容的理解,亦更有利于其“数学化”水平的提升。

(三)鼓励支持“再创造”,提供探究新环境

数学是“数学家”创造出来的,教育应当给予学生像数学家那样创造数学的机会。由于学生的“数学现实”和“数学化”水平不可能完全相同。因而,在数学活动中,教师应给予学生“再创造”的自由,并尊重学生独特的想法与解题思路,为学生创造真正自由的“再创造”环境,而不是表面上允许学生进行探索,实际上却只是想方设法地“诱导”学生走到自己预设好的道路上来,否则就无法很好地培养学生的数学思维。

由于时间、精力有限,学生的数学能力也无法与真正的数学家相比,因而为避免学生走太多不必要的弯路,学生要在教师指导下高效率地“再创造”。这就说明,教师是否能够把握好自己的引导与学生自主探究之间的平衡,是“再创造”是否能够成功的关键所在。教师在组织数学活动时,可借鉴特莱弗斯(Treffers)的观点,遵循以下原则:“在学生当前的现实中选择学习情境,使其适合水平数学化;为纵向(垂直)数学

化提供手段和工具;相互作用的教学系统;承认和鼓励学生自己的成果;将所学的各个部分结合起来。”^[9]

(四)引导帮助学生“反思”,综合提升数学能力

反思有助于学习者进行再创造和数学化水平的提升。在数学教育中,教师不仅要在思想上意识到“反思”的重要性,更要将其体现在行动上;不仅要对自己的教学活动进行“反思”,而且要知道比自己进行“反思”更重要的是要通过自己的“反思”带动学生的“反思”。

具体而言,在数学学习中,教师首先要自己进行反思,适当地将自己的反思过程“暴露”在学生面前。该过程的表现形式应契合学习者的学习水平、思维发展特点等,并由此引导学生观察并理解教师的反思内容及过程。比观察理解教师的反思内容和过程更重要的是学生真正体会到了反思的意义。当学生认识到反思的重要性并从教师身上学会如何进行反思之后,教师要注意为学生留出可用来进行“反思”的时间与空间,并帮助他们从需要教师引导才能“反思”,逐步达到可以独立进行“反思”的水平。

通过反思,学生的新旧知识之间地联系得到加强,有助于形成完整的学习体系。此外,还要引导学生将反思与想象结合起来,鼓励学生大胆猜想、小心验证,激发学生的“数学猜想”,帮助学生从不会“反思”到学会“反思”,从低水平“反思”向高水平“反思”,

这也正是学生“数学化”水平和数学能力不断提升的过程。

[参 考 文 献]

- [1] 戚绍斌.弗赖登塔尔数学教育思想的哲学基础[J].武汉教育学院学报,1999(6):35-38.
- [2] 邓柯.建构主义理论视域下大学英语教学改革探析[J].广西科技师范学院学报,2018(5):122-125.
- [3] 罗云.高中数学教师对数学核心素养及其教学认识的调查研究[D].贵阳:贵州师范大学,2018.
- [4] 林丽珍.基于学生数学现实,提升计算认知水平——以北师大版数学四年级上册《三位数乘以两位数》一课为例[J].福建教育学院学报,2018(6):64-65.
- [5] 付云菲.弗赖登塔尔的数学教育思想研究[D].呼和浩特:内蒙古师范大学,2013.
- [6] 冯育花.弗赖登塔尔数学教育思想的应用研究[D].昆明:云南师范大学,2006.
- [7] 赵卫民.新课程标准下弗赖登塔尔数学教学原则在我国小学及初中低年级数学教学中的应用构想[D].昆明:云南师范大学,2003.
- [8] 弗赖登塔尔.数学教育再探[M].刘意竹,杨刚,等译.上海:上海教育出版社,1995:148.
- [9] 孟振革.高中数学建模的教学方法与策略研究[D].新乡:河南师范大学,2014.

The Analysis of Freudenthal's Mathematics Education Ideas

CHEN Siman

(School of Education Science, Chuzhou University, Chuzhou 239000, China)

Abstract: Based on the mathematical philosophy of “empirical”, “quasi-empirical” and constructivism teaching view, Dutch mathematician Freudenthal put forward mathematical education thoughts and put them into practice. From the analysis of his “mathematical reality”, “mathematical”, “re-creation” and “reflection”, when carrying out mathematical activities, we should pay attention to the combination of students “mathematics reality”, create mathematics “true situation”; cleverly use “mathematization”, improve the students’ mathematical level; encourage “re-creation”, probe into the new environment; guide to help students “reflection”, comprehensively improve math skills.

Key words: Freudenthal; realistic Mathematics; mathematical reality; recreation; mathematicization

(责任编辑:戴宇)