数学

Ⅰ.考试性质与对象

数学是普通高等学校招生全国统一考试的必考科目，数学高考是由合格的高中毕业生和具有同等学力的考生参加的选拔性考试。高等学校根据考生成绩，按已确定的招生计划，德、智、体全面衡量，择优录取。因此，数学高考应具有较高的信度、效度，必要的区分度和适当的难度。

Ⅱ.考核要求

依据高校人才选拔要求和国家课程标准，科学设计命题内容，增强基础性、综合性，突出能力立意。主要考查学生运用所学知识独立思考与分析问题、解决问题的能力。数学学科的考试，要发挥数学作为主要基础学科的作用，既考查考生的基础知识、基本技能的掌握程度，又考查考生对数学思想方法、数学本质的理解水平以及进入高等学校继续学习的潜能。

一、知识要求

知识是指《普通高中数学课程标准（实验）》中的必修课程及限定选修课程中的数学概念、性质、法则、公式、公理、定理以及与其相关的基础知识和思想方法。

对知识的要求依次是了解、理解、掌握三个层次。

1.了解：要求对所列知识的含义有初步的、感性的认识。知道这一知识内容是什么，能在有关的问题中加以区分。按照一定的程序和步骤简单模仿。

2.理解：要求对所列知识内容有理性认识，知道知识间的逻辑关系。能用数学语言对相关问题进行描述，对比较、判别、讨论的过程作出恰当的表述。具备利用所学知识解决简单问题的能力。

3.掌握：要求对所列知识内容有深刻的理性认识，熟悉相关知识间的逻辑关系。对所列的知识内容能够推导证明，灵活运用相关知识与思想方法进行分析、研究、讨论。具备综合利用相关知识解决问题的能力。“会”或“能”相当于此层次的要求。

二、能力要求

数学具有严密的逻辑性、结论的确定性和应用的广泛性等特点，在培养学生能力的过程中发挥重要的作用。数学学科考试既要考查基础知识、基本技能、基本思想方法、基本活动经验，又要考查考生的逻辑思维能力、空间想象能力、运算求解能力、数据处理能力、综合应用能力。

1.逻辑思维能力

逻辑思维能力是指通过对事物观察、比较、判断、分析、综合进行归纳、概括、抽象、演绎、推理，准确有条理地表达自己思维过程的能力。

逻辑思维能力主要考查能正确领会题意，明确解题目标，能寻找到实现解题目标的方向和合适的解题步骤。能通过符合逻辑的运算和推理，正确地表述解题过程的能力。做到因果关系明晰，陈述层次清楚，推理过程有据。

2.空间想象能力

空间想象能力是指根据空间几何体的图形或几何形体的描述能想象出相应的空间形体的能力；根据想象的空间几何形体，画出相应空间几何体的图形，并能正确描述相应的空间几何形体的能力。对已有的空间几何形体进行分解、组合，产生新的空间几体形体，能正确分析其位置关系与数量关系，并对几何形体的位置关系和数量关系进行论证与

由 扫描全能王 扫描创建

求解。

空间想象能力主要是通过考查对点、线、面、体与经过简单组合的几何形体和相互间的位置关系的理解、掌握程度，同时考查对几何形体进行分析、提取、概括来揭示其本质特征的能力，灵活运用几何形体的特性进行论证与求解的能力。

3.运算求解能力

运算求解能力是指能根据法则、公式进行正确运算、变形的能力；根据问题的条件和目标，寻找多种途径，并能比较不同途径的特点，设计较为适合的方法进行运算、变形的能力；根据要求进行估计和近似计算的能力。

运算求解能力主要考查对算式进行的计算、变形，对几何图形的几何量的计算求解，对数值的估值和近似计算等的能力。进一步考查对条件分析、方向探究、公式选择、步骤确定等一系列过程中运算求解的能力。

4.数据处理能力

数据处理能力是指对各种形式的数据进行收集、整理、筛选、分类、计算、操作及分析的能力，能从数据中得出有用的信息，并作出合理判断。

数据处理能力主要通过考查排列、组合、概率与统计来实施，能对数据和随机数据进行提炼得出数据的数字特征，同时考查能对众多数据进行合理筛选、选择模型、综合分析数据的思维能力。

5.综合应用能力

综合应用能力指的是对所提供的信息进行归纳、整理和分类，将实际问题抽象为数学问题的能力；能对具体问题陈述的材料用数学语言正确地表述，用所学的数学知识、思想和方法解决问题的能力；能将一些具体的材料进行归纳、总结、提炼、抽象，从而形成新的认知与方法的能力。

综合应用能力主要考查对所学数学知识、方法进行综合与灵活运用的能力；对相关学科、实际生活中的问题构建适当的数学模型，并加以解决的能力，同时考查对简单的探究性问题进行思考和研究，提出解决问题的思路，给出较为新颖的方法，解决问题并进行适当拓广、延伸的能力。

Ⅲ.考查内容及要求

一、集合与常用逻辑用语

（一）考试内容

集合及其表示，元素与集合的关系，集合间的基本关系，集合的基本运算，命题的四种形式，充分条件、必要条件和充要条件。

（二）考试要求

1.了解集合、元素的含义及其关系。

2.理解集合的表示法。

3.了解集合之间的包含、相等关系。

4.理解全集、空集、子集的含义。

5.会求简单集合间的并集、交集。

6.理解补集的含义并会求补集。

7.了解原命题和原命题的逆命题、否命题、逆否命题的含义，及其相互之间的关系。

8.理解命题的必要条件、充分条件、充要条件的意义，能判断并证明命题成立的充分条件、必要条件、充要条件。

二、函数概念与基本初等函数Ⅰ（指数函数、对数函数、幂函数）

（一）考试内容

函数、映射的概念与函数的表示方法，函数的单调性、奇偶性、最大（小）值，指数函数、对数函数，幂函数，函数与方程之间的关系，函数的简单应用。

（二）考试要求

1.了解函数、映射的概念。

2.了解函数的定义域、值域及三种表示法(解析法、图象法和列表法)。

3.了解简单的分段函数，会用分段函数解决简单的问题。

4.理解函数的单调性、奇偶性，会判断函数的

由 扫描全能王 扫描创建

单调性、奇偶性。

5.理解函数的最大（小）值的含义，会求简单函数的最大（小）值。

6.了解指数幂的含义，掌握有理指数幂的运算。

7.理解指数函数的概念，掌握指数函数的图象、性质及应用。

8.理解对数的概念，掌握对数的运算，会用换底公式。理解对数函数的概念，掌握对数函数的图象、性质及应用。

9.了解幂函数的概念.掌握幂函数$y=x$，$y=x^2$，$y=x^3$，$y=\frac{1}{x}$，$y=x^{\frac{1}{2}}$的图象和性质。

10.了解函数零点的概念，掌握连续函数在某个区间上存在零点的判定方法。

11.了解指数函数、对数函数以及幂函数的变化特征。

12.能将一些简单的实际问题转化为相应的函数问题，并给予解决。

三、基本初等函数Ⅱ（三角函数）

（一）考试内容

角的概念、角度制与弧度制，三角函数的定义。三角函数的图象与性质，诱导公式，同角三角函数关系，函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$。两角和与差的三角函数公式，简单的三角恒等变换。正弦定理和余弦定理及应用。

（二）考试要求

1.了解角、角度制与弧度制的概念，掌握弧度与角度的换算。

2.理解正弦函数、余弦函数、正切函数的定义及其图象与性质，了解三角函数的周期性。

3.理解同角三角函数的基本关系，掌握正弦、余弦、正切的诱导公式。

4.了解函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的实际意义，掌握$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象，了解参数$A$，$\omega$，$\varphi$对函数图象变化的影响。

5.掌握两角和与两角差的正弦、余弦、正切公式，掌握正弦、余弦、正切二倍角的公式。

6.掌握简单的三角函数式的化简、求值及恒等式证明。

7.掌握正弦定理、余弦定理及其应用。

四、数列与数学归纳法

（一）考试内容

数列的概念和表示法，等差数列，等比数列。数学归纳法。

（二）考试要求

1.了解数列的概念和表示方法(列表、图象、公式)。

2.理解等差数列、等比数列的概念，掌握等差数列、等比数列的通项公式与前n项和公式及其应用。

3.了解等差数列与一次函数、等比数列与指数函数的关系。

4.会用数列的等差关系或等比关系解决实际问题。

5.会用数学归纳法证明一些简单数学问题。

五、不等式

（一）考试内容

不等关系及其性质，一元二次不等式。二元一次不等式组与简单线性规划问题。基本不等式、绝对值不等式及其应用。

（二）考试要求

1.了解不等关系，掌握不等式的基本性质。

2.了解一元二次函数、一元二次方程、一元二次不等式之间的联系。会解一元二次不等式。

3.了解二元一次不等式的几何意义，掌握平面区域与二元一次不等式组之间的关系，并会求解简单的二元线性规划问题。

4.掌握基本不等式$\sqrt{ab}\leqslant\frac{a+b}{2}(a,\ b>0)$及其应用。

5.会解$|x+b|\leqslant c$，$|x+b|\geqslant c$，$|x-a|+|x-b|\geqslant c$，$|x-a|+|x-b|\leqslant c$型不等式。

6.了解不等式$||a|-|b||\leqslant|a+b|\leqslant|a|+|b|$。

由 扫描全能王 扫描创建

六、平面向量

（一）考试内容

平面向量的基本概念，平面向量的线性运算及几何意义、平面向量的基本定理及坐标表示，平面向量的数量积，平面向量的应用。

（二）考试要求

1.理解平面向量及几何意义，理解零向量、向量的模、单位向量、向量相等、平行向量、向量夹角的概念。

2.掌握平面向量加法、减法、数乘的概念，并理解其几何意义。

3.理解平面向量的基本定理及其意义，会用平面向量基本定理解决简单问题。

4.掌握平面向量的正交分解及其坐标表示。

5.掌握平面向量的加法、减法与数乘的坐标运算。

6.理解平面向量数量积的概念及其几何意义。

7.掌握平面向量数量积的坐标运算，掌握数量积与两个向量的夹角之间的关系。

8.会用坐标表示平面向量的平行与垂直。

9.会用向量方法解决某些简单的平面几何问题。

七、平面解析几何

（一）考试内容

直线的倾斜角与斜率，直线方程。两直线的交点坐标，两点间的距离，点到直线的距离，两条平行直线间的距离。两直线平行与垂直。

曲线与方程的概念，求曲线方程的基本方法。圆的标准方程与一般方程，椭圆、双曲线、抛物线的标准方程及简单几何性质，直线与圆、椭圆、双曲线、抛物线的位置关系，圆与圆的位置关系。数形结合思想及简单应用。

（二）考试要求

1.理解平面直角坐标系，理解直线的倾斜角与斜率的概念，掌握直线方程的点斜式、两点式及一般式，了解直线方程与一次函数的关系。

2.能根据两条直线的斜率判定这两条直线平行或垂直。

3.会求过两点的直线斜率、两直线的交点坐标、两点间的距离、点到直线的距离、两条平行直线间的距离。

4.掌握圆的标准方程与一般方程。

5.掌握椭圆、抛物线的定义、标准方程、几何图形及简单几何性质。

6.会解决直线与圆、椭圆、抛物线的位置关系的问题，会判断圆与圆的位置关系。

7.了解双曲线的定义、标准方程、几何图形及简单几何性质，了解直线与双曲线的位置关系。

8.了解方程与曲线的对应关系，会求简单的曲线的方程。

八、立体几何与空间向量

（一）考试内容

柱、锥、台、球的结构特征、表面积与体积，柱、锥、台、球及简单组合体的三视图，空间几何体的直观图（斜二测画法），平行投影与中心投影。

空间点、直线、平面的位置关系，公理、判定定理和性质定理。直线与平面所成角、二面角的概念。

空间直角坐标系，空间向量，空间向量的线性运算、数量积的运算及其意义，空间向量的基本定理、正交分解与坐标表示，空间向量坐标表示的运算，直线的方向向量与平面的法向量，立体几何中的向量方法。

（二）考试要求

1.了解多面体和旋转体的概念，理解柱、锥、台、球的结构特征。

2.了解简单组合体，了解中心投影、平行投影的含义。

3.了解三视图和直观图间的关系，掌握三视图所表示的空间几何体。会用斜二测法画出它们的直观图。

4.会计算柱、锥、台、球的表面积和体积。

5.了解平面的含义，理解空间点、直线、平面位置关系的定义。掌握如下可以作为推理依据的公

由 扫描全能王 扫描创建

理和定理。

公理1　如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线在此平面内。

公理2　过不在一条直线上的三点，有且只有一个平面。

公理3　如果两个不重合的平面有一个公共点，那么它们有且只有一条过该点的公共直线。

公理4　平行于同一条直线的两条直线互相平行。

定理　空间中如果两个角的两边分别对应平行，那么这两个角相等或互补。

6.理解空间线面平行、线面垂直、面面平行、面面垂直的判定定理和性质定理。

①判定定理：

平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，则该直线与此平面平行；

一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行，则这两个平面平行；

一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直，则该直线与此平面垂直；

一个平面过另一个平面的垂线，则这两个平面垂直。

②性质定理：

一条直线与一个平面平行，则过这条直线的任一个平面与此平面的交线与该直线平行；

如果两个平行平面同时和第三个平面相交，那么它们的交线平行；

垂直于同一个平面的两条直线平行；

两个平面垂直，则一个平面内垂直于交线的直线与另一个平面垂直。

7.理解直线与平面所成角的概念，了解二面角及其平面角的概念。

8.了解空间直角坐标系，会用空间直角坐标表示点的位置。

9.了解空间向量的概念，了解空间向量的基本定理及其意义，了解空间向量的正交分解及其坐标表示。

10.了解空间向量的加、减、数乘、数量积的定义、坐标表示的运算。

11.了解空间两点间的距离公式、向量的长度公式及两向量的夹角公式。

12.了解直线的方向向量与平面的法向量。

13.了解求两直线夹角、直线与平面所成角、二面角的向量方法。

九、计数原理与古典概率

（一）考试内容

分类加法计数原理和分步乘法计数原理，排列与组合，二项式定理，杨辉三角与二项式系数。事件、事件的关系与运算，互斥、对立、独立事件，概率与频率，古典概型。离散型随机变量及随机变量的分布列、均值、方差，独立重复试验的模型及二项分布。

（二）考试要求

1.理解分类加法计数原理和分步乘法计数原理。

2.了解排列、组合的概念，会用排列数公式、组合数公式解决简单的实际问题。

3.了解二项式定理，理解二项式系数的性质。

4.了解事件、互斥事件、对立事件及独立事件的概念。

5.了解概率与频率的概念。

6.了解古典概型，会计算古典概型中事件的概率。

7.了解取有限个值的离散型随机变量及其分布列的概念，了解两点分布，了解独立重复试验的模型及二项分布。

8.了解离散型随机变量均值、方差的概念。

十、导数及其应用

（一）考试内容

导数的概念与几何意义，基本初等函数的导数公式，导数的运算法则。利用导数求函数的单调性、极值、最大（小）值。

（二）考试要求

1.了解导数的概念与实际背景，理解导数的几何意义。

由 扫描全能王 扫描创建

2. 会用基本初等函数的导数公式表和导数运算法则求函数的导数，并能求简单的复合函数的导数(限于形如$f(ax+b)$的导数)。

3. 了解函数单调性和导数的关系，能用导数求函数的单调区间。

4. 理解函数极值的概念及函数在某点取到极值的条件，会用导数求函数的极大(小)值，会求闭区间上函数的最大（小）值。

十一、复数

（一）考试内容

复数的概念，复数的加、减运算的几何意义，复数的四则运算。

（二）考试要求

1. 了解复数的定义、复数的模和复数相等的概念。

2. 了解复数的加、减运算的几何意义。

3. 理解复数代数形式的四则运算。

Ⅳ. 考试形式及试卷结构

考试采用闭卷、笔试形式. 全卷满分为150分，考试时间为120分钟。

试卷一般包括选择题、填空题和解答题等题型。选择题是四选一型的单项选择题；填空题只要求填写结果，不必写出计算过程或推证过程；解答题包括计算题、证明题和应用题等，解答应写出文字说明、演算步骤或推理论证过程。

各题型赋分如下：选择题约40分，填空题约35分，解答题约75分。

Ⅴ. 题型示例

一、选择题

1. 已知集合$P=\{1,3,5\}$，$Q=\{1,2,4\}$，则$P\cup Q=$

A. $\{1\}$　　B. $\{2,4\}$

C. $\{3,5\}$　　D. $\{1,2,3,4,5\}$

2. 已知$\{a_n\}$是等差数列，公差d不为零，前n项和是S_n. 若a_3，a_4，a_8成等比数列，则

A. $a_1d<0$，$dS_4<0$

B. $a_1d>0$，$dS_4>0$

C. $a_1d<0$，$dS_4>0$

D. $a_1d>0$，$dS_4<0$

3. 若函数$f(x)$ $(x\in\mathbf{R})$是奇函数，则

A. 函数$f(x^2)$是奇函数

B. 函数$[f(x)]^2$是奇函数

C. 函数$f(x)\cdot x^2$是奇函数

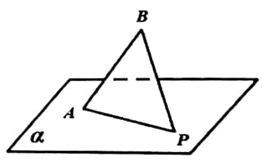
D. 函数$f(x)+x^2$是奇函数

4. 已知向量$\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{e}$，$|\boldsymbol{e}|=1$，对任意$t\in\mathbf{R}$，恒有$|\boldsymbol{a}-t\boldsymbol{e}|\geq|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e}|$，则

A. $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{e}$　　B. $\boldsymbol{e}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e})$

C. $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e})$　　D. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{e})\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e})$

5. 如图，AB是平面α的斜线段，A为斜足. 若点P在平面α内运动，使得$\triangle ABP$的面积为定值，则动点P的轨迹是



A. 圆　　B. 椭圆

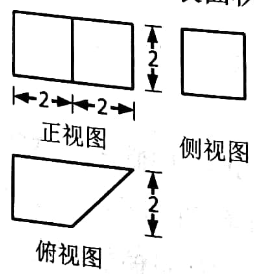
C. 一条直线　　D. 两条平行直线

二、填空题

1. 设函数$f(x)=\dfrac{1}{2}\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$，则该函数的最小正周期是______，振幅是______.

2. 双曲线$x^2-\dfrac{y^2}{4}=1$的渐近线方程是______，离心率是______.

3. 某四棱柱的三视图(单位：cm)如图所示，则该四棱柱的体积是______cm^3，表面积是______cm^2.



由 扫描全能王 扫描创建

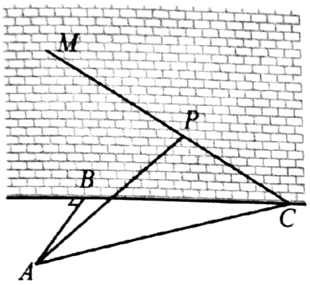
4. 随机变量ξ的分布列如下：

ξ	-1	0	1
P	a	$\frac{1}{3}$	c

若$E\xi=\frac{1}{3}$，则$D\xi=$________.

5. 如图，某人在垂直于水平地面ABC的墙面前的点A处进行射击训练．已知点A到墙面的距离为AB，某目标点P沿墙面上的射线CM移动，此人为了准确瞄准目标点P，需计算由点A观察点P的仰角θ的大小．若$AB=15\text{m}$，$AC=25\text{m}$，$\angle BCM=30^\circ$，则$\tan\theta$的最大值是________.

(仰角θ为直线AP与平面ABC所成角).



三、解答题

1. 已知$f(x)=-\sqrt{3}\sin^2x+\sin x\cos x$.

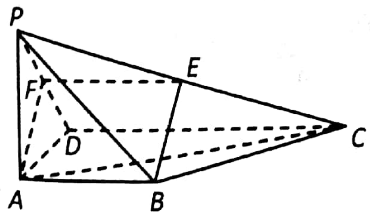
(Ⅰ) 求$f(\frac{25\pi}{6})$的值；

(Ⅱ) 设$\alpha\in(0,\pi)$，$f(\frac{\alpha}{2})=\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}$，求$\sin\alpha$的值.

2. 如图，四棱锥$P-ABCD$，$PA\perp$底面$ABCD$，$AB\parallel CD$，$AB\perp AD$，$AB=AD=PA=2$，$CD=4$，E，F分别是PC，PD的中点.

(Ⅰ) 证明：$EF\parallel$平面PAB；

(Ⅱ) 求直线AC与平面$ABEF$所成角的正弦值.



3. 已知$a\geqslant3$，函数$F(x)=\min\{2|x-1|,\ x^2-2ax+4a-2\}$，其中$\min\{p,q\}=\begin{cases}p,p\leqslant q,\\q,p>q.\end{cases}$

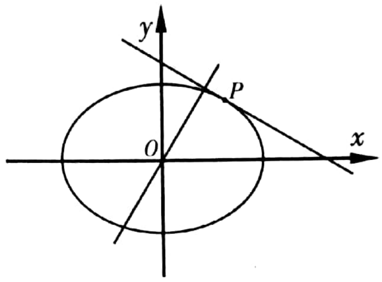
(Ⅰ) 求使得等式$F(x)=x^2-2ax+4a-2$成立的x的取值范围；

(Ⅱ) 求$F(x)$的最小值$m(a)$.

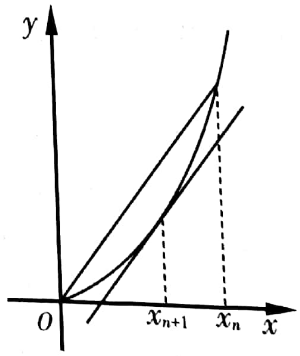
4. 如图，设椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，动直线$l$与椭圆C只有一个公共点$P$，且点$P$在第一象限.

(Ⅰ) 已知直线l的斜率为k，用a，b，k表示点P的坐标；

(Ⅱ) 若过原点O的直线l_1与l垂直，证明：点P到直线l_1距离的最大值为$a-b$.



5. 已知函数$f(x)=x^3+x^2$，数列$\{x_n\}(x_n>0)$的第一项$x_1=1$，以后各项按如下方式取定：曲线$y=f(x)$在$(x_{n+1},f(x_{n+1}))$处的切线与经过$(0,0)$和$(x_n,f(x_n))$两点的直线平行(如图).



证明：当$n\in\mathbf{N}^*$时：

(Ⅰ) $x_n^2+x_n=3x_{n+1}^2+2x_{n+1}$；

(Ⅱ) $(\frac{1}{2})^{n-1}\leqslant x_n\leqslant(\frac{1}{2})^{n-2}$.

由 扫描全能王 扫描创建

参考答案

一、选择题

1.D　2.A　3.C　4.B　5.B

二、填空题

1.π，$\frac{1}{2}$　2.$y=\pm 2x$，$\sqrt{5}$　3.12，$28+4\sqrt{2}$　4.$\frac{5}{9}$　5.$\frac{5\sqrt{3}}{9}$

三、解答题

1.（I）因为$\sin\frac{25\pi}{6}=\frac{1}{2}$，$\cos\frac{25\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以

$$f\left(\frac{25\pi}{6}\right)=-\sqrt{3}\sin^2\left(\frac{25\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{25\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{25\pi}{6}\right)=0.$$

（II）因为$f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\sin 2x$，所以

$$f\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha+\frac{1}{2}\sin\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2},$$

由$16\sin^2\alpha-4\sin\alpha-11=0$解得

$$\sin\alpha=\frac{1\pm 3\sqrt{5}}{8}.$$

又因为$\alpha\in(0,\pi)$，所以

$$\sin\alpha=\frac{1+3\sqrt{5}}{8}.$$

2.（Ⅰ）因为E，F分别是PC，PD的中点，所以$EF/\!/CD$，

又因为$CD/\!/AB$，所以$EF/\!/AB$，

又因为$EF\not\subset$平面PAB，所以

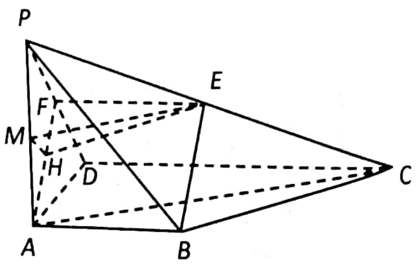
$$EF/\!/\text{平面}PAB.$$

（Ⅱ）取线段PA中点M，连结EM，则$EM/\!/AC$，故AC与面$ABEF$所成角的大小等于ME与面$ABEF$所成角的大小.

作$MH\perp AF$，垂足为H，连结EH.

因为$PA\perp$平面$ABCD$，所以$PA\perp AB$，又因为$AB\perp AD$，所以$AB\perp$平面PAD，又因为$EF/\!/AB$，所以

$$EF\perp\text{平面}PAD.$$



因为$MH\subset$平面PAD，所以$EF\perp MH$，所以$MH\perp$平面$ABEF$，所以$\angle MEH$是ME与面$ABEF$所成的角.

在直角$\triangle EHM$中，$EM=\frac{1}{2}AC=\sqrt{5}$，$MH=\frac{\sqrt{2}}{2}$，得

$$\sin\angle MEH=\frac{\sqrt{10}}{10}.$$

所以AC与平面$ABEF$所成的角的正弦值是$\frac{\sqrt{10}}{10}$.

由 扫描全能王 扫描创建

3.（Ⅰ）由于$a\geqslant 3$，故

当$x\leqslant 1$时，$(x^2-2ax+4a-2)-2|x-1|=x^2+2(a-1)(2-x)>0$，

当$x>1$时，$(x^2-2ax+4a-2)-2|x-1|=(x-2)(x-2a)$.

所以，使得等式$F(x)=x^2-2ax+4a-2$成立的x的取值范围为$[2,2a]$.

（Ⅱ）设函数$f(x)=2|x-1|$，$g(x)=x^2-2ax+4a-2$，则

$$f(x)_{\min}=f(1)=0,\quad g(x)_{\min}=g(a)=-a^2+4a-2,$$

所以，由$F(x)$的定义知$m(a)=\min\{f(1),g(a)\}$，即

$$m(a)=\begin{cases}0, & 3\leqslant a\leqslant 2+\sqrt{2},\\ -a^2+4a-2, & a>2+\sqrt{2}.\end{cases}$$

4.（Ⅰ）设直线l的方程为$y=kx+m\ (k<0)$，由$\begin{cases}y=kx+m,\\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1,\end{cases}$消去$y$得

$$(b^2+a^2k^2)x^2+2a^2kmx+a^2m^2-a^2b^2=0.$$

由于l与C只有一个公共点，故$\Delta=0$，即$b^2-m^2+a^2k^2=0$，解得点P的坐标为

$$\left(-\frac{a^2km}{b^2+a^2k^2},\frac{b^2m}{b^2+a^2k^2}\right).$$

又点P在第一象限，故点P的坐标为

$$\left(\frac{-a^2k}{\sqrt{b^2+a^2k^2}},\frac{b^2}{\sqrt{b^2+a^2k^2}}\right).$$

（Ⅱ）由于直线l_1过原点O且与l垂直，故直线l_1的方程为$x+ky=0$，所以点P到直线l_1的距离

$$d=\frac{\left|\dfrac{-a^2k}{\sqrt{b^2+a^2k^2}}+\dfrac{b^2k}{\sqrt{b^2+a^2k^2}}\right|}{\sqrt{1+k^2}}.$$

$$\text{整理得}d=\frac{a^2-b^2}{\sqrt{b^2+a^2+a^2k^2+\dfrac{b^2}{k^2}}}.$$

因为$a^2k^2+\dfrac{b^2}{k^2}\geqslant 2ab$，所以

$$\frac{a^2-b^2}{\sqrt{b^2+a^2+a^2k^2+\dfrac{b^2}{k^2}}}\leqslant\frac{a^2-b^2}{\sqrt{b^2+a^2+2ab}}=a-b,$$

当且仅当$k^2=\dfrac{b}{a}$时等号成立.

所以，点P到直线l_1的距离的最大值为$a-b$.

5.（Ⅰ）因为$f'(x)=3x^2+2x$，所以曲线$y=f(x)$在点$(x_{n+1},f(x_{n+1}))$处的切线斜率$k_{n+1}=3x_{n+1}^2+2x_{n+1}$.

因为过$(0,0)$和$(x_n,f(x_n))$两点的直线斜率是$x_n^2+x_n$，所以

$$x_n^2+x_n=3x_{n+1}^2+2x_{n+1}.$$

（Ⅱ）因为函数$h(x)=x^2+x$在$(0,+\infty)$上单调递增，而$x_n^2+x_n=3x_{n+1}^2+2x_{n+1}\leqslant(2x_{n+1})^2+2x_{n+1}$，

所以$x_n\leqslant 2x_{n+1}$，即

由 扫描全能王 扫描创建

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} \geqslant \frac{1}{2},$$

又 $x_1 = 1$，因此

$$x_n = \frac{x_n}{x_{n-1}} \cdot \frac{x_{n-1}}{x_{n-2}} \cdot \cdots \cdot \frac{x_2}{x_1} \geqslant \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$$

又因为 $x_n^2 + x_n = 3x_{n+1}^2 + 2x_{n+1} \geqslant 2(x_{n+1}^2 + x_{n+1})$，令 $y_n = x_n^2 + x_n$，则

$$\frac{y_{n+1}}{y_n} \leqslant \frac{1}{2}.$$

因为 $y_1 = x_1^2 + x_1 = 2$，所以

$$y_n \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot y_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}.$$

因此

$$x_n \leqslant x_n^2 + x_n \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}.$$

所以

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \leqslant x_n \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}.$$

由 扫描全能王 扫描创建